

解析学 II (1) (近藤)

中間筆記試験

持込一切不可

2010年1月7日

9:00-10:30

問1 極限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{x^2 + y^2}$ を求めよ .

問2 次の関数の 1 階偏導関数をすべて求めよ .

(1) $z = \sqrt{x^2 + y^4}$ (2) $z = \log \frac{1}{x^2 + y^2}$

(3) $z = \text{Sin}^{-1}(x^2y)$ (4) $z = \text{Tan}^{-1} \frac{x^2}{y}$

問3 関数 $z = xy$ が全微分可能であること定義を用いてを証明せよ .

問4 次の合成関数の導関数 $\frac{dz}{dt}$ を求めよ .

(1) $z = xg(y) + yf(x)$, $x = t^3$, $y = t^2$

(2) $z = 2yt + 3t^2$, $y = e^{t^2}$

問5 $z = f(x, y)$, $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$ のとき ,

$(z_x)^2 + (z_y)^2 = (z_r)^2 + \left(\frac{z_\theta}{r}\right)^2$ が成立することを示せ .

問6 関数 $f(x, y) = e^{x+2y}$ を原点まわりで点 (h, k) にていて 2 次の項までテイラー展開せよ . ただし , 剰余項も具体的に書き下せ .

問7 条件 $xe^{-y} = y \sin x$ で定まる陰関数 $y = f(x)$ の 1 階導関数を求めよ .

問8 曲線 $x^3 + xy^2 = 2$ の点 $(1, 1)$ における接線の方程式を求めよ .

問9 条件 $x^2 + 3xy - 2yz + xz + z^2 = 11$ で定まる陰関数 $z = f(x, y)$ の 1 階偏導関数をすべて求めよ .

問10 曲面 $x^2 + 3xy - 2yz + xz + z^2 = 11$ の点 $(2, 1, -1)$ における接平面の方程式を求めよ .

問11 関数 $f(x, y) = x^3 + y^3 + 3xy + 2$ の極値をすべて求めよ .