

解析学 II (1) (近藤)

期末筆記試験

持込一切不可

2009年1月29日

9:20-10:30

問1 条件 $g(x, y) = x^2 + y^2 - 1 = 0$ のもとでの関数 $f(x, y) = x + y$ の極値をラグランジュの未定乗数法で求めよ。

問2 累次積分 $\int_0^1 dx \int_{x^2}^x dy f(x, y)$ の積分領域を図示し, 累次積分の順序を変更せよ。

問3 次の積分領域を図示し, 多重積分を計算せよ。

(1) $\iint_D \frac{x}{y} dx dy, D = \{ (x, y) \mid 1 \leq y \leq 2, 0 \leq x \leq y^2 \}$

(2) $\iint_D (x - y)e^{x+y} dx dy, D = \{ (x, y) \mid 0 \leq x + y \leq 2, 0 \leq x - y \leq 2 \}$

問4 多重積分 $\iiint_D x dx dy dz,$

$$D = \{ (x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0 \}$$

を計算せよ。ただし, $dx dy dz = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$ を用いても良い。

問5 領域 $\{ (x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq 1, z \leq x, x \geq 0, z \geq 0 \}$ の体積を求めよ。

問6 積分路 C を図示し, 線積分 I を求めよ。

(1) $\int_C (x - y) dx + y dy, C$: 点 $(1, 0)$ から $(2, 1)$ へ直線的に移動。

(2) $\oint_C \frac{-y}{x^2 + y^2} dx + \frac{x}{x^2 + y^2} dy, C$: 単位円周上を正方向に一周。