

解析学 I (1) (近藤)

中間筆記試験

持込一切不可

2008年6月5日

9:00-10:30

問1 次の値を書け (10点)

- (1) $\text{Sin}^{-1}\frac{1}{2}$ (2) $\text{Sin}^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}}$
(3) $\text{Sin}^{-1}(-1)$ (4) $\text{Sin}^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$
(5) $\text{Cos}^{-1}0$ (6) $\text{Cos}^{-1}\frac{1}{2}$
(7) $\text{Cos}^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$ (8) $\text{Tan}^{-1}1$
(9) $\text{Tan}^{-1}(-1)$ (10) $\text{Tan}^{-1}\sqrt{3}$

問2 次の関数のグラフを描け (18点)

- (1) $\text{Sin}^{-1}x$ (2) $\text{Cos}^{-1}x$
(3) $\text{Tan}^{-1}x$ (4) $\sinh x$
(5) $\cosh x$ (6) $\tanh x$
(7) $\sinh^{-1}x$ (8) $\text{Cosh}^{-1}x$
(9) $\tanh^{-1}x$

問3 $\sinh^{-1}x = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$
を証明せよ。(5点)

問4 次の極限を求めよ。(15点)

- (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \tanh x$ (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 2x}$
(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x}$

問5 関数 $\text{Sin}^{-1}x$ の導関数を導出せよ。(10点)

問6 次の関数を微分せよ。(10点)

- (1) $x\sqrt{1-x^2} + \text{Sin}^{-1}x$
(2) $\text{Tan}^{-1}\frac{2}{x}$

問7 関数 $|x^3|$ の高階導関数のグラフをすべて描き, $|x^3|$ がどの C^n 級関数に属するか述べよ。(10点)

問8 関数 $\log(1+x)$ のマクローリン級数を導出し, その級数が絶対収束する x の範囲を求めよ。(12点)

問9 次の極限をマクローリン級数を用いて求めよ。(10点)

- (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$
(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$