解析学II（担当:近藤） #11
2008年1月10日

[I] □を埋めて次の式を完成させよ．ただし，D_4 を右図の斜線部とする．

$$\iint_{D_4} f(x,y)\,dxdy = \int_{\square}^{\square} dx \int_{\square}^{\square} dy\, f(x,y) = \int_{\square}^{\square} dy \int_{\square}^{\square} dx\, f(x,y)$$

[II] 次の積分の領域を図示し，積分の順序を変更せよ．

(1) $\displaystyle\int_{-1}^{1} dx \int_{0}^{2\sqrt{1-x^2}} f(x,y)\,dy$ (2) $\displaystyle\int_{0}^{4} dy \int_{y-2}^{\sqrt{y}} f(x,y)\,dx$

[III] 多重積分 $I = \displaystyle\iint_D (x+y)^2\,dxdy$, $D = \{(x,y)\,|\,-1 \le y+x \le 3, -5 \le y-x \le 4\}$ を求める．

(1) 領域 D を図示せよ． (2) $u = y+x$，$v = y-x$ とおくとき，ヤコビアン $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}$ を求めよ．

(3) 多重積分 I を求めよ．

[IV] 多重積分 $I = \displaystyle\iint_D x^4(y-x^2)\,dxdy$, $D = \{(x,y)\,|\,0 \le y-x^2 \le 1, -1 \le x \le 1\}$ を求める．

(1) 領域 D を図示せよ． (2) $x = u$，$y = u^2+v$ とおくとき，ヤコビアン $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}$ を求めよ．

(3) 多重積分 I を求めよ．

[V] 多重積分 $I = \displaystyle\iint_D x^2\,dxdy$, $D = \{(x,y)\,|\,x^2+y^2 \le 9\}$ を求める．

(1) 領域 D を図示せよ． (2) $x = r\cos\theta$，$y = r\sin\theta$ とおくとき，ヤコビアン $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)}$ を求めよ．

(3) 多重積分 I を求めよ．

[VI] 多重積分 $I = \displaystyle\iiint_D (yz+zx)\,dxdydz$, $D = \{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2 \le 4,\ y \ge 0,\ z \ge 0\}$ を求める．

(1) 領域 D を図示せよ．

(2) $x = r\sin\theta\cos\varphi$，$y = r\sin\theta\sin\varphi$，$z = r\cos\theta$ とおくとき，ヤコビアン $\dfrac{\partial(x,y,z)}{\partial(r,\theta,\varphi)}$ を求めよ．

(3) 多重積分 I を求めよ．