

解析学II (担当:近藤) #7
2007年12月6日

[I] 次の条件から定まる陰関数 $y = y(x)$ について $y'(x)$ を求めよ .

(1) $xe^{-y} = y \sin x$ (2) $y = x^y$ (3) $\log \sqrt{x^2 + y^2} = \text{Tan}^{-1} \frac{y}{x}$ (4) $x + y = e^{xy}$

[II] 次の条件から定まる陰関数 $y = y(x)$ について $y'(x), y''(x)$ を求めよ .

(1) $y^3 - xy^2 - x + 1 = 0$ (2) $x^2 + y^2 - 1 = 0$

[III] 次の条件から定まる陰関数 $z = z(x, y)$ について $z_x(x, y), z_y(x, y)$ を求めよ .

(1) $z^x = y^z$ (2) $3xy - 2x^2yz^2 - 5yz^3 - z = 0$

[IV] 次の条件から定まる陰関数 $z = z(x, y)$ について $z_x, z_y, z_{xx}, z_{yy}, z_{xy}$ を求めよ .

(1) $x^2 + z^2 + 4xy - 2yz = 0$ (2) $z^x = xy$

[V] 2次元平面 xy 内の曲線 $F = 0$ とこの曲線上の点 $P(1, 1)$ を考える .

$F = 0$ で定義される陰関数を $y = f(x)$ とおき , $F = x^2 - 4xy + 2y^5 + y$ である .

このとき次の問に答えよ .

- (1) 点 P における曲線 $F = 0$ の接線の方程式を求めよ .
- (2) 点 P における曲線 $F = 0$ の法線の方程式を求めよ .
- (3) 関数 $f(x)$ を $x = 1$ まわりでテイラー展開し1次近似せよ .

[VI] 3次元空間 xyz 内の曲面 $F = 0$ とこの曲面上の点 $P(-3, 1, 2)$ を考える .

$F = 0$ で定義される陰関数を $z = f(x, y)$ とおき , $F = xy^2 + yz^2 + x^2 - z - 8$ である .

このとき次の問に答えよ .

- (1) 点 P における曲面 $F = 0$ の接平面の方程式を求めよ .
- (2) 関数 $f(x, y)$ を点 $(-3, 1)$ まわりで (x, y) についてテイラー展開し1次近似 $\tilde{f}(x, y)$ を求めよ .