

解析学II (担当:近藤) #5
2007年11月15日

[I] 次の座標変換のヤコビアンを求めよ .

$$(x, y, z) \leftrightarrow (r, \theta, \varphi): x = r \sin \theta \cos \varphi, y = r \sin \theta \sin \varphi, z = r \cos \theta$$

[II] $z = f(x, y)$, $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$ において, 次の問に答えよ .

(1) 点 P が xy 座標で $(x, y) = (1, 0), (-8, 6), (2, 3)$ となるとき, 極座標における座標 (r, θ) をそれぞれ求めよ .

(2) z_r, z_θ を z_x, z_y を用いて書き表せ .

(3) z_x, z_y を z_r, z_θ を用いて書き表せ .

(4) 関数 $F = (z_x)^2 + (z_y)^2$ を z_r, z_θ を用いて書き表せ .

(5) ヤコビアン $\frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)}$ を求めよ .

(6) 関数 $F = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ を r, θ で表せ .