

解析学II (担当:近藤) #4  
2007年11月1日

[I] 次の合成関数の偏導関数  $\frac{\partial z}{\partial u}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial v}$  を求めよ. ただし,  $u, v$  の関数として表せ.

- (1)  $z = xy^2 + x^2y$ ,  $x = u + v$ ,  $y = u - v$     (2)  $z = \sin(x - y)$ ,  $x = u^2 + v^2$ ,  $y = 2uv$   
(3)  $z = f(x, y)$ ,  $x = 2u - 3v$ ,  $y = u - 5v$     (4)  $z = f(x + 3y)$ ,  $x = u - 2v$ ,  $y = 3u - 4v$   
(5)  $z = f(x, y)$ ,  $x = \cos(u + v)$ ,  $y = \sin(u - v)$     (6)  $z = f(x, y)$ ,  $x = u \cos v$ ,  $y = u \sin v$   
(7)  $z = \log \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $x = u^2 - v^2$ ,  $y = 2uv$     (8)  $z = \tan^{-1} \frac{y}{x}$ ,  $x = u^2 - v^2$ ,  $y = 2uv$

[II]  $z = f(x, y)$ ,  $x = 2u + 3v$ ,  $y = u - 2v$  において, 次の問に答えよ.

(1) 点  $P$  が  $xy$  座標で  $(x, y) = (1, 0), (-8, 6), (2, 3)$  となるとき,  $uv$  座標における座標  $(u, v)$  をそれぞれ求めよ.

- (2)  $z_u, z_v$  を  $z_x, z_y$  を用いて書き表せ.  
(3)  $z_x, z_y$  を  $z_u, z_v$  を用いて書き表せ.  
(4) 関数  $F = (z_x)^2 + (z_y)^2$  を  $z_u, z_v$  を用いて書き表せ.  
(5)  $z_{uu}, z_{uv}, z_{vv}$  を求めよ.  
(6) ヤコビアン  $\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)}$  を求めよ.