

解析学II (担当:近藤) #3
2007年10月25日

[I] 関数 (1) $z = x + y$ (2) $z = xy$ は全微分可能であるか議論せよ .

[II] 関数 $f(x, y)$ が全微分可能ならば, f は偏微分可能であることを証明せよ .

[III] 次の関数の全微分を求めよ.

(1) $z = 3x^4y - 5x^2y^3 + 2xy^4$ (2) $z = \frac{e^{xy}}{e^x + e^y}$ (3) $z = x \cos y - y \cos x$

(4) $z = \sin^{-1}(x^2y)$ (5) $z = \tan^{-1} \frac{y}{x}$ (6) $u = xy + yz + zx$ (7) $z = \sin^{-1} \left(\frac{x}{y} \right)$

[IV] 次の合成関数の導関数 $\frac{dz}{dt}$ を求めよ . ただし, t の関数として表せ .

(1) $z = t^2 + 2tx + 3x^2$, $x = \log t$ (2) $z = xg(y) + yf(x)$, $x = t^3$, $y = t^2$

(3) $z = f(x, y)$, $x = \alpha t + \beta$, $y = \gamma t + \delta$ (4) $z = x \cos y - y \cos x$, $x = \cos 2t$, $y = \sin 2t$

(5) $z = e^{x^2y}$, $x = \cos t$, $y = t^2$ (6) $z = \tan^{-1} xy$, $x = t^2$, $y = 1/(t+1)$

(7) $z = f(x, y)$, $x = \cos t$, $y = \sin t$