

線形代数学 I (2) (近藤)

2005 年 6 月 13 日 (月)

I. xyz 空間内に点 $A(2, 0, -1)$, $B(1, 3, 0)$, $C(0, 1, -2)$, $P(-5, 1, 3)$ がある .
次の問 (1)–(9) に答えよ .

- (1) 方向余弦 $\cos \angle CAB$, $\cos \angle ABC$, $\cos \angle BCA$ を求めよ .
- (2) 直線 AB の単位方向ベクトルを求めよ .
- (3) 直線 AB の方程式を成分表示で書け .
- (4) 点 C を直線 AB へ射影した点 D の座標を求めよ .
- (5) 点 C と直線 AB との距離を求めよ .
- (6) 点 A, B, C を通る平面 H の法線ベクトルを求めよ .
- (7) 平面 H の方程式を成分表示で書け .
- (8) 点 P を平面 H へ射影した点 Q の座標を求めよ .
- (9) 点 P と平面 H との距離を求めよ .

II. 次の連立方程式 (1)–(3) の解を求めよ . 解が存在しない場合はその理由を述べよ . また , 係数行列と拡大係数行列の階段行列と階数をそれぞれ求めよ .

$$(1) \begin{bmatrix} -2 & 2 & 4 \\ 3 & -3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (2) \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ -7 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(3) \begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 & 6 & -1 & -8 \\ 1 & -1 & 1 & 3 & 0 & -3 \\ 3 & -3 & 1 & 9 & 1 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

III. 行列 A に基本変形を 1 回行い A' を得たとする .

次の式 (1)–(3) をみたま行列 P を書け .

$$(1) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{基本変形}} A' = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -6 & 0 & 2 \end{bmatrix} = PA$$

$$(2) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 1 \\ -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{基本変形}} A' = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \\ -1 & 3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} = PA$$

$$(3) A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 6 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{基本変形}} A' = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} = PA$$