

解析学 II (担当: 近藤) #9 2005 年 12 月 22 日

[I] 多重積分 $I = \iint_D xy \, dx dy$, $D = \{(x, y) \mid -3 \leq 2x + y \leq 4, -2 \leq -x + y \leq 5\}$ を求める.

次の問に答えよ.

- (1) 領域 D を図示せよ.
- (2) 座標変換 $u = 2x + y, v = y - x$ を行なう. (u, v) に関する領域 E を求め図示せよ.
- (3) ヤコビアン $\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)}$ を求めよ.
- (4) 多重積分 I を求めよ.

[II] 多重積分 $I = \iint_D (x + y)^2 \, dx dy$, $D = \{(x, y) \mid 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \geq 0\}$ を求める. 次の問に答えよ.

- (1) 領域 D を図示せよ.
- (2) 座標変換 $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ を行なう. (r, θ) に関する領域 E を求め図示せよ.
- (3) ヤコビアン $\frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)}$ を求めよ.
- (4) 多重積分 I を求めよ.

[III] 多重積分 $I = \iiint_D x \, dx dy dz$, $D = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$ を求める. 次の問に答えよ.

- (1) 領域 D を図示せよ.
- (2) 座標変換 $x = r \sin \theta \cos \varphi, y = r \sin \theta \sin \varphi, z = r \cos \theta$ を行なう. (r, θ, φ) に関する領域 E を求め図示せよ.
- (3) ヤコビアン $\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(r, \theta, \varphi)}$ を求めよ.
- (4) 多重積分 I を求めよ.