

解析学 II (担当: 近藤) #6 2005 年 12 月 1 日

[I] 3次元空間 xyz 内の曲面 $F(x, y, z) = xz + yz - z^2 - 4 = 0$ とこの曲面上の点 $P(9, -4, 1)$ を考える. $F = 0$ で定義される陰関数を $z = f(x, y)$ とおく. このとき次の問 (1)–(6) に答えよ.

- (1) $f_x(x, y), f_y(x, y)$ を求めよ.
- (2) 点 P における曲面 $F = 0$ の偏微係数 $f_x(9, -4), f_y(9, -4)$ を求めよ.
- (3) 点 P における曲面 $F = 0$ の $\nabla F(9, -4, 1)$ を求めよ.
- (4) 点 P における曲面 $F = 0$ の法線ベクトルを求めよ.
- (5) 点 P における曲面 $F = 0$ の接平面の方程式を求めよ.
- (6) 関数 $f(x, y)$ を点 $(9, -4)$ まわりで (x, y) についてテイラー展開し 1 次近似 $\tilde{f}(x, y)$ を求めよ.

[II] 次の関数 $f(x, y)$ の極値をすべて求めよ.

- (1) $f(x, y) = -x^2 + 2xy - 3y^2$
- (2) $f(x, y) = x^3 + 2xy - x - 2y$
- (3) $f(x, y) = x^3 - 9xy + y^3$
- (4) $f(x, y) = x^4 - y^4$
- (5) $f(x, y) = xy(x^2 + 4y^2 - 16)$