

## 解析学 II (担当: 近藤) #6 2005 年 12 月 1 日

[I] 3次元空間  $xyz$  内の曲面  $F(x, y, z) = xz + yz - z^2 - 4 = 0$  とこの曲面上の点  $P(9, -4, 1)$  を考える.  $F = 0$  で定義される陰関数を  $z = f(x, y)$  とおく. このとき次の問 (1)–(6) に答えよ.

- (1)  $f_x(x, y), f_y(x, y)$  を求めよ.
- (2) 点  $P$  における曲面  $F = 0$  の偏微係数  $f_x(9, -4), f_y(9, -4)$  を求めよ.
- (3) 点  $P$  における曲面  $F = 0$  の  $\nabla F(9, -4, 1)$  を求めよ.
- (4) 点  $P$  における曲面  $F = 0$  の法線ベクトルを求めよ.
- (5) 点  $P$  における曲面  $F = 0$  の接平面の方程式を求めよ.
- (6) 関数  $f(x, y)$  を点  $(9, -4)$  まわりで  $(x, y)$  についてテイラー展開し 1 次近似  $\tilde{f}(x, y)$  を求めよ.

[II] 次の関数  $f(x, y)$  の極値をすべて求めよ.

- (1)  $f(x, y) = -x^2 + 2xy - 3y^2$
- (2)  $f(x, y) = x^3 + 2xy - x - 2y$
- (3)  $f(x, y) = x^3 - 9xy + y^3$
- (4)  $f(x, y) = x^4 - y^4$
- (5)  $f(x, y) = xy(x^2 + 4y^2 - 16)$