

解析学 II (担当: 近藤) #5 2005 年 11 月 24 日

[I] 次の条件から定まる陰関数 $y = y(x)$ について導関数 $y'(x)$ を求めよ .

(1) $x^3 + 4xy^2 = 3y^4$ (2) $x^3 + 3xy + y^3 = 0$ (3) $y = x^y$
(4) $xe^{-y} = y \sin x$ (5) $\log \sqrt{x^2 + y^2} = \text{Tan}^{-1} \frac{y}{x}$

[II] 次の条件から定まる陰関数 $y = y(x)$ について導関数 $y'(x), y''(x)$ を求めよ .

(1) $y^3 + 1 = xy^2 + x$ (2) $x^2 + 2xy = 1 + y^2$

[III] 次の条件から定まる陰関数 $z = z(x, y)$ について偏導関数 $z_x(x, y), z_y(x, y)$ を求めよ .

(1) $3xy = 2x^2yz^2 + 5yz^3 + z$
(2) $(x + y + z)e^{xyz} = 1$

[IV] 条件 $z^x = xy$ から定まる陰関数 $z = z(x, y)$ について偏導関数 $z_x, z_y, z_{xx}, z_{yy}, z_{xy}$ を求めよ .

[V] xy 平面内の曲線 $F(x, y) = x^3 - xy - y^3 + y = 0$ とこの曲線上の点 $P(1, 1)$ を考える . $F = 0$ で定義される陰関数を $y = f(x)$ とおく . このとき次の問 (1)–(6) に答えよ .

(1) $f'(x)$ を求めよ .

(2) P における曲線 $F = 0$ の微係数 $f'(1)$ を求めよ .

(3) P における曲線 $F = 0$ の法線ベクトルを求めよ .

(4) P における曲線 $F = 0$ の接線の方程式を求めよ .

(5) P における曲線 $F = 0$ の法線の方程式を求めよ .

(6) $f(x)$ を $x = 1$ まわりで x についてテイラー展開し 2 次近似せよ .