

## 解析学 II (担当: 近藤) #2 2005 年 10 月 20 日

[I] 関数  $z = xy$  に対して次の問に答えよ .

- (1) 点  $(x, y)$  から点  $(x + \Delta x, y + \Delta y)$  への増分  $\Delta z$  を求めよ .
- (2)  $\Delta z = \alpha \Delta x + \beta \Delta y + \varepsilon(\rho)$ ,  $\rho = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$  とおくとき,  $\frac{\varepsilon(\rho)}{\rho}$  を求めよ .
- (3)  $\Delta x = \rho \cos \theta$ ,  $\Delta y = \rho \sin \theta$  とおき極限  $\lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\varepsilon(\rho)}{\rho}$  を求めよ .
- (4)  $\lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\varepsilon(\rho)}{\rho} = 0$  をみたす  $\alpha, \beta$  を決定せよ .
- (5) 関数  $z$  は全微分可能であるか議論せよ .
- (6)  $z = xy$  の全微分を求めよ .

[II] 次の関数の全微分を求めよ .

- (1)  $z = x^4 + 3x^2y + y^5$
- (2)  $z = x \cos y - y \cos x$
- (3)  $z = \text{Sin}^{-1} \left( \frac{x}{y} \right)$
- (4)  $z = \arctan \frac{y}{x}$

[III] 次の合成関数の導関数  $\frac{dz}{dt}$  を求めよ .

- (1)  $z = f(x, y)$ ,  $x = \cos t$ ,  $y = \sin t$
- (2)  $z = 2xy - 3x^2y^3$ ,  $x = t^2$ ,  $y = t^3$
- (3)  $z = e^{x^2y}$ ,  $x = \cos t$ ,  $y = t^2$
- (4)  $z = \text{Tan}^{-1}xy$ ,  $x = e^t + e^{-t}$ ,  $y = e^{2t}$

[IV] 次の合成関数の偏導関数  $\frac{\partial z}{\partial u}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial v}$  を求めよ .

- (1)  $z = f(x, y)$ ,  $x = 2u - 3v$ ,  $y = u - 5v$
- (2)  $z = xy^2 + x^2y$ ,  $x = u + v$ ,  $y = u - v$