

解析学 II (担当: 近藤) #2 2005 年 10 月 20 日

[I] 関数 $z = xy$ に対して次の問に答えよ .

- (1) 点 (x, y) から点 $(x + \Delta x, y + \Delta y)$ への増分 Δz を求めよ .
- (2) $\Delta z = \alpha \Delta x + \beta \Delta y + \varepsilon(\rho)$, $\rho = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ とおくとき, $\frac{\varepsilon(\rho)}{\rho}$ を求めよ .
- (3) $\Delta x = \rho \cos \theta$, $\Delta y = \rho \sin \theta$ とおき極限 $\lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\varepsilon(\rho)}{\rho}$ を求めよ .
- (4) $\lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\varepsilon(\rho)}{\rho} = 0$ をみたす α, β を決定せよ .
- (5) 関数 z は全微分可能であるか議論せよ .
- (6) $z = xy$ の全微分を求めよ .

[II] 次の関数の全微分を求めよ .

- (1) $z = x^4 + 3x^2y + y^5$
- (2) $z = x \cos y - y \cos x$
- (3) $z = \text{Sin}^{-1} \left(\frac{x}{y} \right)$
- (4) $z = \arctan \frac{y}{x}$

[III] 次の合成関数の導関数 $\frac{dz}{dt}$ を求めよ .

- (1) $z = f(x, y)$, $x = \cos t$, $y = \sin t$
- (2) $z = 2xy - 3x^2y^3$, $x = t^2$, $y = t^3$
- (3) $z = e^{x^2y}$, $x = \cos t$, $y = t^2$
- (4) $z = \text{Tan}^{-1}xy$, $x = e^t + e^{-t}$, $y = e^{2t}$

[IV] 次の合成関数の偏導関数 $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$ を求めよ .

- (1) $z = f(x, y)$, $x = 2u - 3v$, $y = u - 5v$
- (2) $z = xy^2 + x^2y$, $x = u + v$, $y = u - v$