

## 解析学 II (担当: 近藤) #1 2005 年 10 月 13 日

[I] 次の極限を求めよ .

$$(1) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + 2y^2}{2x^2 + y^2}$$

$$(2) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

[II] 次の関数が原点で連続となるように  $f(0,0)$  を定義せよ . 連続とならない場合はその理由を述べよ .

$$(1) f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{x^2 + 2y^2}$$

$$(2) f(x, y) = \frac{x^4 + x^2 + y^2 + y^3}{x^2 + y^2}$$

[III] 次の関数の 1 階偏導関数を全て求めよ .

$$(1) f(x, y) = x^2y^5 - 2x^3y^2 + y$$

$$(2) f(x, y) = \log(x^2 + xy + y^2)$$

$$(3) f(x, y, z) = \text{Arcsin}(x + yz)$$

[IV] 関数  $f(x, y) = x \sin xy^2$  の 1 階, 2 階偏導関数を全て求めよ .

[V] 関数  $f(x, y) = e^{x^2+xy}$  の 1 階, 2 階, 3 階偏導関数を全て求めよ .

[VI] 次の条件を満たす  $g(x), h(x)$  を書け .

$$(1) \sin x - x = o(g(x)) = O(h(x)) \quad (x \rightarrow 0)$$

$$(2) \cos x = 1 + o(g(x)) = 1 + O(h(x)) \quad (x \rightarrow 0)$$

$$(3) \log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + o(g(x)) \\ = x - \frac{x^2}{2} + O(h(x)) \quad (x \rightarrow 0)$$

$$(4) \sqrt{x^2+x} = o(g(x)) = O(h(x)) \quad (x \rightarrow \infty)$$