

解析学I (担当: 近藤) #7 2005年6月9日

[I] 次の級数が絶対収束級数か条件収束級数か答えよ.

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n}}$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\log n}{n}$

(4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin na}{n^2}$

[II] 巾級数 $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(x-a)^n$ は $r = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[n]{|c_n|}}$ が存在するとき $|x-a| < r$ において収束することを示せ.

[III] 次の巾級数の収束半径を求めよ.

(1) $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} x^n$

(2) $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}$

(3) $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^n$

(4) $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n n^2}$

(5) $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} x^n$

(6) $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{n!}$

(7) $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (3^n - 2^{n+1}) x^n$

(8) $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) x^n$

[IV] 関数 $f(x)$ に関する $x = a$ まわりのテイラー級数の定義を書け.