

解析学I (担当: 近藤) #6 2005年6月2日

[I] 級数 (1)–(2) について次の問 (i)–(iii) にそれぞれ答えよ .

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^{n-1}}$$

$$(2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$$

(i) 級数の第 n 部分和 S_n を求めよ .

(ii) 数列 $\{S_n\}$ のグラフを書け .

(iii) 級数の値を求めよ .

[II] 次の級数の値を求めよ .

$$(1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4^n}$$

$$(2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1^n + 2^n + 3^n}{4^n}$$

$$(3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

[III] 次の級数は収束するか発散するか述べよ .

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

$$(2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2+1} \quad (\text{ヒント: (1) と比較する})$$

$$(3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$$

$$(4) \sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{\pi}{2^n}$$

$$(5) \sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{n-2}{3n-5} \right)^n$$

$$(6) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2} 2^{-n}$$