

線形代数学 II (近藤) 演習問題#7

問 1 次の行列の固有値とその固有値に属する固有ベクトルを求めよ .

$$\begin{aligned}
 (1) E &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & (2) A &= \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} & (3) A &= \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} & (4) A &= \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} \\
 (5) A &= \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} & (6) A &= \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} & (7) A &= \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \\
 (8) A &= \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} & (9) A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} & (10) A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 3 \end{bmatrix} \\
 (11) A &= \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} & (12) A &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} & (13) A &= \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 & -4 \\ 2 & 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

問 2 次の線形変換の固有値とその固有空間を求めよ .

$$\begin{aligned}
 (1) T : \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R}^2; T(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} \\
 (2) T : \mathbb{C}^2 &\rightarrow \mathbb{C}^2; T(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} \\
 (3) T : \mathbb{R}^3 &\rightarrow \mathbb{R}^3; T(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -3 & -9 & -12 \\ 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} \\
 (4) T : \mathbb{R}^3 &\rightarrow \mathbb{R}^3; T(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} \\
 (5) T : \mathbb{R}^4 &\rightarrow \mathbb{R}^4; T(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -6 & 3 \\ 1 & -2 & -3 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -5 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} \\
 (6) T : \mathbb{R}[x]_1 &\rightarrow \mathbb{R}[x]_1; T(f)(x) = f(1-x) \\
 (7) T : \mathbb{R}[x]_1 &\rightarrow \mathbb{R}[x]_1; T(f)(x) = f(2) + f(1)x \\
 (8) T : \mathbb{R}[x]_2 &\rightarrow \mathbb{R}[x]_2; T(f)(x) = f(0) + xf'(x) + x^2f''(x) \\
 (9) T : \mathbb{R}[x]_2 &\rightarrow \mathbb{R}[x]_2; T(f)(x) = f(1-x) + f'(2-x) + f''(3-x) \\
 (10) T : \mathbb{R}[x]_3 &\rightarrow \mathbb{R}[x]_3; T(f)(x) = f(x) + f'(1)(1+x) + f''(x) + f'''(2)(x+x^3)
 \end{aligned}$$