# 線形代数学 II（近藤）　演習問題#6

**問 1**　次の線形写像 $T$ の表現行列を与えられた基底に関して求めよ．

(1) $T:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2;\quad T(\boldsymbol{x})=\begin{bmatrix}1&-1&2\\3&1&0\end{bmatrix}\boldsymbol{x};\quad \mathbb{R}^3$ の基底 $\left\{\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix}\right\}$, $\mathbb{R}^2$ の基底 $\left\{\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right\}$.

(2) $T:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3;\quad T(\boldsymbol{x})=\begin{bmatrix}1&-1\\0&2\\-2&1\end{bmatrix}\boldsymbol{x};\quad \mathbb{R}^2$ の基底 $\left\{\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right\}$, $\mathbb{R}^3$ の基底 $\left\{\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix}\right\}$.

(3) $T:\mathbb{R}^4\to\mathbb{R}^3;\quad T(\boldsymbol{x})=\begin{bmatrix}1&-1&2&3\\0&2&0&1\\-2&1&1&2\end{bmatrix}\boldsymbol{x};$

$\mathbb{R}^4$ の基底 $\left\{\begin{bmatrix}2\\3\\-1\\5\end{bmatrix},\begin{bmatrix}-1\\0\\4\\2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1\\-2\\3\\-1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0\\-1\\2\\3\end{bmatrix}\right\}$, $\mathbb{R}^3$ の基底 $\left\{\begin{bmatrix}-1\\0\\5\end{bmatrix},\begin{bmatrix}2\\3\\1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}-1\\2\\3\end{bmatrix}\right\}$.

(4) $T:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^4;\quad T(\boldsymbol{x})=\begin{bmatrix}2&3&-1\\-1&0&3\\1&-2&4\\3&1&5\end{bmatrix}\boldsymbol{x};$

$\mathbb{R}^3$ の基底 $\left\{\begin{bmatrix}-1\\0\\5\end{bmatrix},\begin{bmatrix}2\\3\\1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}-1\\2\\3\end{bmatrix}\right\}$, $\mathbb{R}^4$ の基底 $\left\{\begin{bmatrix}2\\3\\-1\\5\end{bmatrix},\begin{bmatrix}-1\\0\\4\\2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1\\-2\\3\\-1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0\\-1\\2\\3\end{bmatrix}\right\}$.

(5) $T:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3;\quad T(\boldsymbol{x})=\begin{bmatrix}1&0&-2\\3&4&5\\-1&2&3\end{bmatrix}\boldsymbol{x};\quad \mathbb{R}^3$ の基底 $\left\{\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}-1\\5\\2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}3\\4\\-2\end{bmatrix}\right\}$.

(6) $T:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3;\quad T(\boldsymbol{x})=\begin{bmatrix}2&3&-1\\1&0&-3\\5&2&2\end{bmatrix}\boldsymbol{x};\quad \mathbb{R}^3$ の基底 $\left\{\begin{bmatrix}0\\-2\\2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}2\\0\\-1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}3\\-1\\0\end{bmatrix}\right\}$.

(7) $T:\mathbb{R}[x]_2\to\mathbb{R}[x]_2;\quad T(f(x))=f(0)+f(1)x+f(2)x^2;\quad \mathbb{R}[x]_2$ の基底 $\{1,x,x^2\}$.

(8) $T:\mathbb{R}[x]_2\to\mathbb{R}[x]_2;\quad T(f(x))=f(0)+f(1)x+f(2)x^2;\quad \mathbb{R}[x]_2$ の基底 $\{1+x,x+x^2,1-x^2\}$.

(9) $T:\mathbb{R}[x]_2\to\mathbb{R}[x]_2;\quad T(f(x))=f(x)+xf'(x)+x^2f''(x);\quad \mathbb{R}[x]_2$ の基底 $\{1,x,x^2\}$.

(10) $T:\mathbb{R}[x]_2\to\mathbb{R}[x]_2;\quad T(f(x))=f(x)+xf'(x)+x^2f''(x);\quad \mathbb{R}[x]_2$ の基底 $\{1+x,x+x^2,1-x^2\}$.

(10) $T:\mathbb{R}[x]_2\to\mathbb{R}[x]_2;\quad T(f(x))=f(0)-2f'(x)+(1-x^2)f''(x);\quad \mathbb{R}[x]_2$ の基底 $\{1,x,x^2\}$.

(11) $T:\mathbb{R}[x]_2\to\mathbb{R}[x]_2; T(f(x))=f(0)-2f'(x)+(1-x^2)f''(x); \mathbb{R}[x]_2$ の基底 $\{1+x,x+x^2,1-x^2\}$.