解析学II（担当：近藤）　#9 2004年12月16日

[1] 次の積分の値を求めよ．

(1) $\displaystyle\iint_{D_1} xe^y\,dxdy$

$D_1 = \{(x, y)\,|\,0 \le x \le 2,\ x^2 \le y \le 2x\}$

(2) $\displaystyle\iiint_{D_2} 2xz\,dxdydz$

$D_2 = \Big\{(x, y, z)\,\Big|\,0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le x,$

$0 \le z \le \sqrt{2 - x^2 - y^2}\Big\}$

(3) $\displaystyle\iint_{D_3} x^2y\,dxdy$　ただし D_3 を下図の領域とする．

張り付け用:　　$x^2 + y^2 = a^2$

(4) $\displaystyle\iint_{D_4} (x^3 - 3xy)\,dxdy$　ただし D_4 を下図の領域とする．

[2] 右図の三角錐について，次の問に答えよ．

(1) 底面の領域 D を x に関して単純な式で表せ．

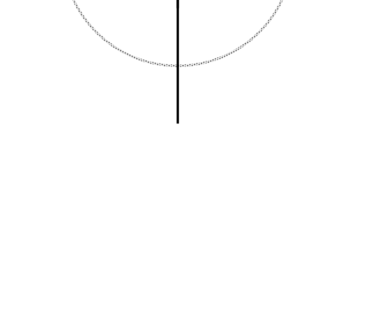
(2) 底面の領域 D の面積 $S = \displaystyle\iint_D dxdy$ を計算せよ．

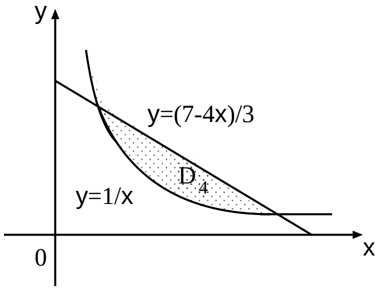
(3) 3 点 A, B, C を通る平面 H の法線ベクトル $\overrightarrow{n}$ は $\overrightarrow{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ で与えられる．このとき $\overrightarrow{n}$ を求めよ．

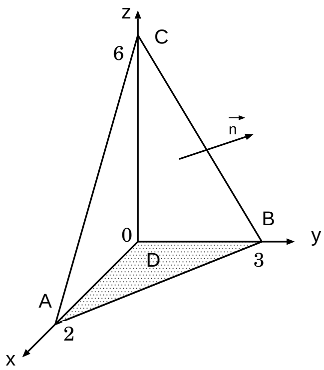
(4) 平面 H 上の任意の点を $P(x, y, z)$ とおく．このとき $\overrightarrow{n} \cdot (\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA}) = 0$ が成り立つ．平面 H の方程式を求めよ．

(5) 平面 H の方程式を $z = f(x, y)$ の形で表せ．

(6) 三角錐の体積を $V = \displaystyle\iint_D f(x, y)\,dxdy$ で計算せよ．




y
y=(7-4x)/3
D 4
y=1/x
0
x


z
C
6
n
B
y
0
D
3
A
2
x