

## 解析学II (担当: 近藤) #7 2004年12月2日

[I] 3次元空間  $xyz$  内の曲面  $F(x, y, z) = xy^2 + yz^2 + x^2 - z - 8 = 0$  を考える.  $F = 0$  で定義される陰関数を  $z = f(x, y)$  とおく. このとき次の間に答えよ.

- (1)  $f_x(x, y), f_y(x, y)$  を求めよ.
- (2) 点  $P(-3, 1, 2)$  において偏微係数  $f_x(-3, 1), f_y(-3, 1)$  を求めよ.
- (3) 点  $P(-3, 1, 2)$  において  $\nabla F(-3, 1, 2)$  を求めよ.
- (4) 点  $P(-3, 1, 2)$  における曲面  $F = 0$  の単位法線ベクトルを求めよ.
- (5) 点  $P(-3, 1, 2)$  における曲面  $F = 0$  の接平面の方程式を求めよ.
- (6) 関数  $f(x, y)$  を点  $(-3, 1)$  まわりで  $(x, y)$  についてテイラー展開し1次近似  $\tilde{f}(x, y)$  を求めよ.

[II] 次の関数  $f(x, y)$  の極値をすべて求めよ.

- (1)  $f(x, y) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$
- (2)  $f(x, y) = x^2 - y^3$
- (3)  $f(x, y) = -x^3 + 3xy - y^3$
- (4)  $f(x, y) = x^4 + y^2 + 2x^2 - 4xy + 1$