

## 解析学II (担当: 近藤) #6 2004年11月18日

[I] 次の問に答えよ.

- (1) 条件  $x^3 + 3xy + y^3 = 0$  から定まる陰関数  $y$  について  $y'$  を求めよ.
- (2) 条件  $xe^{-y} = y \sin x$  から定まる陰関数  $y$  について  $y'$  を求めよ.
- (3) 条件  $y = x^y$  から定まる陰関数  $y$  について  $y'$  を求めよ.
- (4) 条件  $\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}} = 1$  ( $a, b > 0$ ) から定まる陰関数  $y$  について  $y'$  を求めよ.
- (5) 条件  $\log \sqrt{x^2 + y^2} = \text{Tan}^{-1} \frac{y}{x}$  から定まる陰関数  $y$  について  $y'$  を求めよ.
- (6) 条件  $x^2 + 2xy + 2y^2 = 1$  から定まる陰関数  $y$  について  $y', y''$  を求めよ.
- (7) 条件  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y + 2z = 0$  から定まる陰関数  $z$  について  $z_x, z_y$  を求めよ.
- (8) 条件  $z^x = y^z$  から定まる陰関数  $z$  について  $z_x, z_y$  を求めよ.
- (9) 条件  $x^2 + z^2 + 4xy - 2yz = 0$  から定まる陰関数  $z$  について  $z_x, z_y, z_{xx}, z_{xy}, z_{yy}$  を求めよ.

[II] 2次元平面  $xy$  内の曲線  $F(x, y) = 3x^2 - xy^3 + 2xy + y - x = 0$  を考える.  $F = 0$  で定義される陰関数を  $y = f(x)$  とおく. このとき次の問に答えよ.

- (1)  $f'(x)$  を求めよ.
- (2) 点  $P(1, 2)$  における曲線  $F = 0$  の微係数  $f'(1)$  を求めよ.
- (3) 点  $P(1, 2)$  における曲線  $F = 0$  の単位法線ベクトルを求めよ.
- (4) 点  $P(1, 2)$  における曲線  $F = 0$  の接線の方程式を求めよ.
- (5) 関数  $f(x)$  を  $x = 1$  まわりでテイラー展開し1次近似せよ.