

## 解析学II (担当: 近藤) #4 2004年11月4日

[I] 次の問に答えよ.

- (1) 座標変換  $x = r \cosh t, y = r \sinh t$  に関するヤコビアン  $\frac{\partial(x, y)}{\partial(r, t)}$  を求めよ.
- (2) 3次元の極座標変換  $x = r \sin \theta \cos \varphi, y = r \sin \theta \sin \varphi, z = r \cos \theta$  に関するヤコビアン  $\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(r, \theta, \varphi)}$  を求めよ.

[II] 直交座標  $xy$  と斜交座標  $uv$  との座標変換  $x = 2u - 3v, y = 4u + 5v$  について次の問に答えよ.

- (1)  $uv$  座標から  $xy$  座標への座標変換を考える. このとき点  $P$  が  $uv$  座標で  $P(u, v) = (-3, 4)$  と表されるとき,  $xy$  座標ではどのように表されるか.
- (2)  $xy$  座標から  $uv$  座標への座標変換を考える. このとき点  $P$  が  $xy$  座標で  $P(x, y) = (-8, 6)$  と表されるとき,  $uv$  座標ではどのように表されるか.
- (3) ヤコビアン  $\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)}$  を求めよ.
- (4) 関数  $z = f(u, v)$  に対して  $uv$  座標から  $xy$  座標への座標変換を行う. このとき偏導関数  $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$  を  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$  を用いてそれぞれ表せ.
- (5) 偏微分演算子  $\frac{\partial}{\partial u}, \frac{\partial}{\partial v}$  を  $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}$  を用いてそれぞれ表せ.
- (6) 関数  $z = f(x, y)$  に対して  $xy$  座標から  $uv$  座標への座標変換を行う. このとき偏導関数  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$  を  $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$  を用いてそれぞれ表せ.
- (7) 偏微分演算子  $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}$  を  $\frac{\partial}{\partial u}, \frac{\partial}{\partial v}$  を用いてそれぞれ表せ.
- (8) 関数  $F = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$  に対して  $xy$  座標から  $uv$  座標への座標変換を行う. 関数  $F$  を  $u, v$  で表せ.