

## 解析学 II (担当: 近藤) #1 2004年10月14日

[I] 次の極限を求めよ .

$$(1) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}$$

$$(2) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x + y + 1}{x^2 + y^2 + 1}$$

[II] 次の関数は原点  $(0, 0)$  で連続であるか論ぜよ .

$$(1) f(x, y) = \begin{cases} \frac{x + y}{x^2 + y^2} & ((x, y) \neq (0, 0)) \\ 0 & ((x, y) = (0, 0)) \end{cases}$$

$$(2) f(x, y) = \begin{cases} (x + y) \cos \frac{y}{x} & ((x, y) \neq (0, 0)) \\ 0 & ((x, y) = (0, 0)) \end{cases}$$

$$(3) f(x, y) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} & ((x, y) \neq (0, 0)) \\ 0 & ((x, y) = (0, 0)) \end{cases}$$

[III] 次の関数の偏導関数を求めよ .

(1) 関数  $f(x, y) = e^{xy}(x \cos y - y \sin y)$  の 1 階偏導関数を求めよ .

(2) 関数  $f(x, y) = \log \sqrt{x^2 + y^2}$  の 2 階までの偏導関数を全て求めよ .

(3)  $w = \frac{a^2 \varphi}{\xi a^2 + b^2 \varphi}$  であるとき  $\frac{\partial w}{\partial a}, \frac{\partial w}{\partial \varphi}, \frac{\partial w}{\partial \xi}, \frac{\partial^2 w}{\partial a \partial \varphi}, \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi \partial \xi}$  を全て求めよ .