解析学 II

近藤弘一

最終更新日：平成 16 年 10 月 21 日

目 次

1　偏微分

1.1　2 変数関数

定義 1.1 (2 変数関数)

$$z = f(x,y) \tag{1}$$

x,y は独立変数，z は従属変数.

例 1.2 (2 変数関数の具体例)

$$f(x,y) = x^2 + 5xy + 2y^2 \tag{2}$$

$$f(2,-3) = (2)^2 + 5(2)(-3) + 2(-3)^2 = -8 \tag{3}$$

定義 1.3 (定義域) $z = f(x,y)$ の**定義域（domain）** D は xy 平面上の領域である．境界を含む場合を**閉領域（closed domain）**と呼び，境界を含まない場合を**開領域（open domain）**と呼ぶ.

例 1.4 (定義域の具体例)

$$D_1 = \{(x,y) \,|\, a \leq x \leq b, c \leq y \leq d\} \tag{4}$$
$$D_2 = \{(x,y) \,|\, a < x < b, c < y <\} \tag{5}$$

D_1 は境界を含む長方形領域．D_2 は境界を含まない長方形領域.

例 1.5 (定義域の具体例)

$$D_1 = \{(x,y) \,|\, x^2 + y^2 \leq a^2\} \tag{6}$$
$$D_2 = \{(x,y) \,|\, x^2 + y^2 < a^2\} \tag{7}$$

D_1 は原点を中心とする半径 a の円の境界とその内部の領域．D_2 は原点を中心とする半径 a の円の内部の領域.

注意 1.6 (実平面) 実 2 次元平面

$$\mathbb{R}^n = \{(x,y) \,|\, -\infty < x < \infty, -\infty < y < \infty\}$$

は開領域である.

注意 1.7 (2 変数関数のグラフ) $x = f(x,y)$ をみたす点 (x,y,z) の集合は 3 次元空間 $\mathbb{R}^3$ 内の曲面を表す．この曲面を関数 $z = f(x,y)$ の**グラフ**という.

1.2　極限

定義 1.8 (極限) 定義域内の点 $P(x,y)$ を点 $A(a,b)$ に近づける．ただし $(x,y) \neq (a,b)$ とする．このとき，近づけ方に依らず関数 $f(x,y)$ の値が同じ一つの値 c に近づくならば，$f(x,y)$ は極限 c が存在するという.

$$\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) = c \tag{8}$$

1.3　連続性

1.4　偏微分

1.5　高階偏導関数

1.6　ランダウの記号

1.7　全微分

1.8　合成関数の導関数

1.9　斜交座標

1.10　極座標

1.11　方向微分

1.12　ライプニッツ則

1.13　テイラー展開

1.14　陰関数

1.15　接平面

1.16　極値

1.17　条件付き極値問題

2　多重積分

2.1　多重積分

2.2　累次積分

2.3　多重積分の変数変換

2.4　線積分