

# 解析学 II

近藤弘一

最終更新日：平成 16 年 10 月 21 日

## 目次

<b>1</b>	<b>偏微分</b>	<b>1</b>
1.1	2 変数関数	1
1.2	極限	1
1.3	連続性	2
1.4	偏微分	2
1.5	高階偏導関数	2
1.6	ランダウの記号	2
1.7	全微分	2
1.8	合成関数の導関数	2
1.9	斜交座標	2
1.10	極座標	2
1.11	方向微分	2
1.12	ライプニッツ則	2
1.13	テイラー展開	2
1.14	陰関数	2
1.15	接平面	2
1.16	極値	2
1.17	条件付き極値問題	2
<b>2</b>	<b>多重積分</b>	<b>2</b>
2.1	多重積分	2
2.2	累次積分	2
2.3	多重積分の変数変換	2
2.4	線積分	2

# 1 偏微分

## 1.1 2変数関数

定義 1.1 (2変数関数)

$$z = f(x, y) \quad (1)$$

$x, y$  は独立変数,  $z$  は従属変数.

例 1.2 (2変数関数の具体例)

$$f(x, y) = x^2 + 5xy + 2y^2 \quad (2)$$

$$f(2, -3) = (2)^2 + 5(2)(-3) + 2(-3)^2 = -8 \quad (3)$$

定義 1.3 (定義域)  $z = f(x, y)$  の定義域 (domain)  $D$  は  $xy$  平面上の領域である. 境界を含む場合を閉領域 (closed domain) と呼び, 境界を含まない場合を開領域 (open domain) と呼ぶ.

例 1.4 (定義域の具体例)

$$D_1 = \{(x, y) \mid a \leq x \leq b, c \leq y \leq d\} \quad (4)$$

$$D_2 = \{(x, y) \mid a < x < b, c < y < d\} \quad (5)$$

$D_1$  は境界を含む長方形領域.  $D_2$  は境界を含まない長方形領域.

例 1.5 (定義域の具体例)

$$D_1 = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq a^2\} \quad (6)$$

$$D_2 = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 < a^2\} \quad (7)$$

$D_1$  は原点を中心とする半径  $a$  の円の境界とその内部の領域.  $D_2$  は原点を中心とする半径  $a$  の円の内部の領域.

注意 1.6 (実平面) 実 2 次元平面

$$\mathbb{R}^2 = \{(x, y) \mid -\infty < x < \infty, -\infty < y < \infty\}$$

は開領域である.

注意 1.7 (2変数関数のグラフ)  $z = f(x, y)$  をみたす点  $(x, y, z)$  の集合は 3 次元空間  $\mathbb{R}^3$  内の曲面を表す. この曲面を関数  $z = f(x, y)$  のグラフという.

## 1.2 極限

定義 1.8 (極限) 定義域内の点  $P(x, y)$  を点  $A(a, b)$  に近づける. ただし  $(x, y) \neq (a, b)$  とする. このとき, 近づけ方に依らず関数  $f(x, y)$  の値が同じ一つの値  $c$  に近づくならば,  $f(x, y)$  は極限  $c$  が存在するという.

$$\lim_{(x, y) \rightarrow (a, b)} f(x, y) = c \quad (8)$$

- 1.3 連続性
- 1.4 偏微分
- 1.5 高階偏導関数
- 1.6 ランダウの記号
- 1.7 全微分
- 1.8 合成関数の導関数
- 1.9 斜交座標
- 1.10 極座標
- 1.11 方向微分
- 1.12 ライプニッツ則
- 1.13 テイラー展開
- 1.14 陰関数
- 1.15 接平面
- 1.16 極値
- 1.17 条件付き極値問題
- 2 多重積分
  - 2.1 多重積分
  - 2.2 累次積分
  - 2.3 多重積分の変数変換
  - 2.4 線積分