

解析学II

近藤弘一

最終更新日：平成16年10月21日

目次

1	偏微分	1
1.1	2変数関数	1
1.2	極限	3
1.3	連続性	4
1.4	偏微分	5
1.5	高階偏導関数	6
1.6	ランダウの記号	7
1.7	全微分	8
1.8	合成関数の導関数	9
1.9	斜交座標	10
1.10	極座標	11
1.11	方向微分	12
1.12	ライプニッツ則	13
1.13	テイラー展開	14
1.14	陰関数	15
1.15	接平面	16
1.16	極値	17
1.17	条件付き極値問題	18
2	多重積分	19
2.1	多重積分	20
2.2	累次積分	21
2.3	多重積分の変数変換	22
2.4	線積分	23

1 偏微分

§ 1.1 2 変数関数

定義 (2 変数関数)

$$z = f(x, y) \quad (1.1.1)$$

x, y は独立変数, z は従属変数.

□

例 (2 変数関数の具体例)

$$f(x, y) = x^2 + 5xy + 2y^2 \quad (1.1.2)$$

$$f(2, -3) = (2)^2 + 5(2)(-3) + 2(-3)^2 = -8 \quad (1.1.3)$$

□

定義 (定義域) $z = f(x, y)$ の定義域 (domain) D は xy 平面上の領域である. 境界を含む場合を閉領域 (closed domain) と呼び, 境界を含まない場合を開領域 (open domain) と呼ぶ.

□

例 (定義域の具体例)

$$D_1 = \{(x, y) \mid a \leq x \leq b, c \leq y \leq d\} \quad (1.1.4)$$

$$D_2 = \{(x, y) \mid a < x < b, c < y < d\} \quad (1.1.5)$$

D_1 は境界を含む長方形領域. D_2 は境界を含まない長方形領域.

□

例 (定義域の具体例)

$$D_1 = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq a^2\} \quad (1.1.6)$$

$$D_2 = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 < a^2\} \quad (1.1.7)$$

D_1 は原点を中心とする半径 a の円の境界とその内部の領域. D_2 は原点を中心とする半径 a の円の内部の領域.

□

注意 (実平面) 実 2 次元平面

$$\mathbb{R}^n = \{(x, y) \mid -\infty < x < \infty, -\infty < y < \infty\}$$

は開領域である.

□

注意 (2変数関数のグラフ) $x = f(x, y)$ をみたす点 (x, y, z) の集合は 3次元空間 \mathbb{R}^3 内の曲面を表す. この曲面を関数 $z = f(x, y)$ のグラフという. □

§ 1.2 極限

定義 (極限) 定義域内の点 $P(x,y)$ を点 $A(a,b)$ に近づける . ただし $(x,y) \neq (a,b)$ とする . このとき , 近づけ方に依らず関数 $f(x,y)$ の値が同じ一つの値 c に近づくなれば , $f(x,y)$ は極限 c が存在するという .

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} f(x,y) = c \quad (1.2.1)$$

□

§ 1.3 連続性

§ 1.4 偏微分

§ 1.5 高階偏導関数

§ 1.6 ランダウの記号

§ 1.7 全微分

§ 1.8 合成関数の導関数

§ 1.9 斜交座標

§ 1.10 極座標

§ 1.11 方向微分

§ 1.12 ライプニッツ則

§ 1.13 テイラー展開

§ 1.14 陰関数

§ 1.15 接平面

§ 1.16 極値

§ 1.17 条件付き極値問題

2 多重積分

§ 2.1 多重積分

§ 2.2 累次積分

§ 2.3 多重積分の変数変換

§ 2.4 線積分