解析学II

近藤弘一

最終更新日：平成16年10月21日

目次

1 偏微分

§ 1.1 2 変数関数

定義 **（2 変数関数）**

$$z = f(x,y) \tag{1.1.1}$$

x, y は独立変数，z は従属変数. □

例 **（2 変数関数の具体例）**

$$f(x,y) = x^2 + 5xy + 2y^2 \tag{1.1.2}$$

$$f(2,-3) = (2)^2 + 5(2)(-3) + 2(-3)^2 = -8 \tag{1.1.3}$$

□

定義 **（定義域）** $z = f(x,y)$ の**定義域（domain）** D は xy 平面上の領域である．境界を含む場合を**閉領域（closed domain）**と呼び，境界を含まない場合を**開領域（open domain）**と呼ぶ. □

例 **（定義域の具体例）**

$$D_1 = \{(x,y) \,|\, a \le x \le b, c \le y \le d\} \tag{1.1.4}$$
$$D_2 = \{(x,y) \,|\, a < x < b, c < y <\} \tag{1.1.5}$$

D_1 は境界を含む長方形領域．D_2 は境界を含まない長方形領域. □

例 **（定義域の具体例）**

$$D_1 = \{(x,y) \,|\, x^2 + y^2 \le a^2\} \tag{1.1.6}$$
$$D_2 = \{(x,y) \,|\, x^2 + y^2 < a^2\} \tag{1.1.7}$$

D_1 は原点を中心とする半径 a の円の境界とその内部の領域．D_2 は原点を中心とする半径 a の円の内部の領域. □

注意 **（実平面）** 実 2 次元平面

$$\mathbb{R}^n = \{(x,y) \,|\, -\infty < x < \infty, -\infty < y < \infty\}$$

は開領域である. □

$\boxed{\textbf{注意}}$ **（2 変数関数のグラフ）**　$x = f(x,y)$ をみたす点 (x,y,z) の集合は 3 次元空間 $\mathbb{R}^3$ 内の曲面を表す．この曲面を関数 $z = f(x,y)$ の**グラフ**という． $\square$

§ 1.2 極限

$\boxed{\textbf{定義}}$ **（極限）** 定義域内の点 $P(x,y)$ を点 $A(a,b)$ に近づける．ただし $(x,y) \neq (a,b)$ とする．このとき，近づけ方に依らず関数 $f(x,y)$ の値が同じ一つの値 c に近づくならば，$f(x,y)$ は極限 c が存在するという．

$$\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) = c \tag{1.2.1}$$

□

§ 1.3 連続性

§ 1.4 偏微分

§ 1.5 高階偏導関数

§ 1.6 ランダウの記号

§ 1.7 全微分

§ 1.8 合成関数の導関数

§ 1.9 斜交座標

§ 1.10 極座標

§ 1.11 方向微分

§ 1.12 ライプニッツ則

§ 1.13 テイラー展開

§ 1.14 陰関数

§ 1.15 接平面

§ 1.16 極値

§ 1.17 条件付き極値問題

2 多重積分

§ 2.1 多重積分

§ 2.2 累次積分

§ 2.3 多重積分の変数変換

§ 2.4 線積分