

解析学I (担当: 近藤) #9 2004年6月17日

[I] 関数 $f(x) = \cos x$ の近似を考える．次の問に答えよ．

- (1) 関数 $f(x)$ を点 $x=0$ のまわりで点 x について有限テイラー展開せよ．
- (2) 関数 $f(x)$ を原点の近くで多項式により近似せよ．
0次, 2次, 4次の近似多項式 $\tilde{f}_0(x), \tilde{f}_2(x), \tilde{f}_4(x)$ を求めよ．
- (3) 多項式 $\tilde{f}_0(x), \tilde{f}_2(x), \tilde{f}_4(x)$ のグラフを描け．
- (4) 近似多項式 $\tilde{f}_0(x), \tilde{f}_2(x), \tilde{f}_4(x)$ の誤差が 0.0001 未満となる x の範囲を求めよ．

[II] 次の極限をテイラー級数展開を用いて求めよ．

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} \qquad (2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + x^2} - x \right)$$

[III] 関数 $f(x) = xe^{-x^2}$ について考える． $f(x)$ が増加の状態, 減少の状態となる x の範囲, および $f(x)$ が極大値, 極小値, 変曲点をとる x の点をそれぞれ求めよ．また, $f(x)$ のグラフの概形を描け．