解析学I（担当：近藤） #7 2004年6月3日

[I] 次の級数が絶対収束級数か条件収束級数か答えよ.

(1) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2^n}$

(2) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n-1}$

(3) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2^n}{n!}$

(4) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\log n}{n^2}$

[II] 巾級数 $f(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-a)^n$ は $r = \displaystyle\lim_{n\to\infty} \left| \frac{c_n}{c_{n+1}} \right|$ が存在するとき
$|x-a| < r$ において収束することを示せ.

[III] 次の巾級数の収束半径を求めよ.

(1) $f(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} x^n$

(2) $f(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} n!\, x^n$

(3) $f(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n-1} x^n$

(4) $f(x) = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} x^n$

(5) $f(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n} x^n$

(6) $f(x) = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n(n+1)}}$

(7) $f(x) = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n n^2}$

(8) $f(x) = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} x^n$