

解析学I(担当:近藤) #5 2004年5月20日

[I] 次の関数(1)–(4)についてそれぞれ以下の問(i)–(iii)に答えよ.

(1) $f(x) = x^2 + 2x - 3$ (2) $f(x) = \log(x^2 + 1)$

(3) $f(x) = \tan\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$ (4) $f(x) = e^x \cosh x$

(i) $f(x)$ のグラフを書け.

(ii) 点(1) $x=2$, (2) $x=1$, (3) $x=\frac{\pi}{3}$, (4) $x=\pi$ における接線の方程式を求めよ.

(iii) 接線のグラフを書け.

[II] 次の関数が C^n 級の関数であるか不連続関数であるか答えよ.

(1) $f(x) = 2x^3 + 3x + 5$

(2) $f(x) = |x^3|$

(3) $f(x) = \tan^{-1}x$

(4) $f(x) = \begin{cases} -x^2 & (x \geq 0) \\ x^2 & (x \leq 0) \end{cases}$

[III] 次の数列の(i)概形を書け.(ii)一般項を表せ.(iii)極限を求めよ.

(1) $2, 4, 8, 16, 32, 64, \dots$

(2) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}, \frac{1}{11}, \frac{1}{14}, \dots$

(3) $1, \frac{3}{4}, \frac{5}{7}, \frac{7}{10}, \frac{9}{13}, \frac{11}{16}, \dots$

(4) $\frac{1}{3}, \frac{5}{9}, \frac{5}{7}, \frac{17}{21}, \frac{13}{15}, \frac{37}{41}, \dots$

[IV] 次の極限値を求めよ.

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 7n - 4}{n^2 + n + 1}$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+n)^4}{(1+2n^2)^2}$

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n-1}}{1+2^n}$

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$