

解析学I (近藤) 小テスト#8 (2003年6月12日)

- [1] 次の関数 $f(x)$ の点 $x=0$ まわりでの点 x についてのテイラー級数を書け。
このとき x が収束する範囲も書くこと。

(1) $f(x) = \exp(x)$ (2) $f(x) = \sin(x)$ (3) $f(x) = \cos(x)$

(4) $f(x) = \log(1+x)$ (5) $f(x) = \frac{1}{1-x}$ (6) $f(x) = 3x^5 - 4x^4 + x^3 - 10x^2 + 3x - 1$

(7) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$

- [2] 関数 $f(x) = e^{-x}$ の近似を考える。次の問に答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ を点 $x=0$ のまわりで点 x について有限テイラー展開せよ。

(2) 関数 $f(x)$ を原点の近くで多項式で近似せよ。

0次から4次の近似多項式 $\tilde{f}_0(x), \tilde{f}_1(x), \dots, \tilde{f}_4(x)$ を求めよ。

(3) 点 $x=1$ での近似多項式 $\tilde{f}_0(x), \dots, \tilde{f}_4(x)$ の誤差を評価せよ。

(4) $x \geq 0$ の範囲で近似多項式 $\tilde{f}_0(x), \dots, \tilde{f}_4(x)$ の誤差が
0.0001未満となる x の範囲を求めよ。

- [3] (加点) 次の関数のグラフを書け。

(1) $f(x) = e^{-x}$ (2) $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{2}\right)$ (3) $f(x) = e^{-x} \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{2}\right)$