

解析学I (近藤) 小テスト#5 (2003年5月22日)

[1] 点 $x = a$ における関数 $f(x)$ の微分係数 $f'(a)$ の定義を述べよ.

[2] $(\alpha f(x) + \beta g(x))' = \alpha f'(x) + \beta g'(x)$ を証明せよ.

[3] 関数 $f(x) = |x - 1|$ を考える.

(1) 関数 $f(x)$ のグラフを書け.

(2) $f(x)$ の微分不可能な点を述べよ.

また, この点における右微分係数, 左微分係数を求めよ.

(3) 微分可能な範囲で導関数 $f'(x)$ を求めよ.

(4) $f'(x)$ のグラフを書け.

[4] 次の関数の導関数を書け.

(1) $f(x) = c$ (c : 定数) (2) $f(x) = x^n$ ($n \in \mathbb{N}$) (3) $f(x) = \frac{1}{x^n}$ ($n \in \mathbb{N}$)

(4) $f(x) = \sqrt[n]{x}$ ($n \in \mathbb{N}$) (5) $f(x) = x^\alpha$ ($\alpha \in \mathbb{R}$)

(6) $f(x) = \log x$ (7) $f(x) = e^x$ (8) $f(x) = a^x$ ($a > 0$)

(9) $f(x) = \sin x$ (10) $f(x) = \cos x$ (11) $f(x) = \tan x$

(12) $f(x) = \arcsin x$ (13) $f(x) = \arccos x$ (14) $f(x) = \arctan x$

(15) $f(x) = \sinh x$ (16) $f(x) = \cosh x$ (17) $f(x) = \tanh x$

(18) $f(x) = \operatorname{arcsinh} x$ (19) $f(x) = \operatorname{arccosh} x$ (20) $f(x) = \operatorname{arctanh} x$

[5] 次の関数の導関数を求めよ.

(1) $f(x) = (x - 2)^2(x + 2)$

(2) $f(x) = \frac{1}{x - 1} + \frac{1}{(x - 2)^2}$

(3) $f(x) = \sin x^2$

(4) $f(x) = \exp\left(-\left(\frac{x - 2}{5}\right)^2\right)$

[6] (加点) 次の極限を求めよ.

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 2x}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log x}{x}$