

解析学I (近藤) 小テスト#4 (2003年5月15日)

[1] 次の関数の (i) 定義と (ii) グラフを書け .

$$\begin{array}{lll} (1) f(x) = \sinh x & (2) f(x) = \cosh x & (3) f(x) = \tanh x \\ (4) f(x) = \sinh^{-1} x & (5) f(x) = \cosh^{-1} x & (6) f(x) = \tanh^{-1} x \end{array}$$

[2] 加法公式 $\sinh(x+y) = \sinh(x)\cosh(y) + \cosh(x)\sinh(y)$ を証明せよ .

[3] 次の極限を求めよ .

$$(1) \lim_{x \rightarrow -2} (2x^3 - x + 5)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^5 - 1}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 4x - 1}{x^4 - x^2} \quad (\text{ヒント : } t = 1/x \text{ とおく})$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1} \quad (\text{ヒント : } t = x - 1 \text{ とおく})$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + \sin 4x}{\sin 3x + 5x} \quad (\text{ヒント : } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1)$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x} \quad (\text{ヒント : } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e)$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} \quad (\text{ヒント : } t = e^x - 1 \text{ とおく})$$

[4] 次の関数を定義域内で連続関数となるように点 $x = 0$ での値を定義せよ .

$$(1) f(x) = \frac{\tan x}{x} \quad \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$$

$$(2) f(x) = x \sin \frac{1}{x} \quad (-\infty < x < \infty)$$

[5] (加算) 次の値を求めよ .

$$(1) \log 5000 \quad (2) \tan \frac{5\pi}{6} \quad (3) \cos \frac{-5\pi}{12} \quad (4) \text{Sin}^{-1} \frac{1}{2} \quad (5) \text{Tan}^{-1} \sqrt{3}$$